

山形大学紀要 (工学) 第11巻 第1号 昭和45年1月  
Bull. of Yamagata univ. Eng., Vol. 11 No. 1 Jan. 1970

## 均一な音片振動子の等価回路について

日下部 千春\*, 近 野 正\*\*

\*教育学部 電気研究室 \*\*工学部 電気工学科

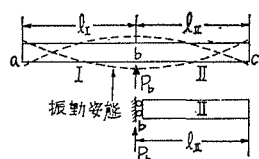
### 1. まえがき

均一な横振動細棒の等価回路として *Mittag-Leffler* の定理を利用した共振点展開法による等価集中回路表示が求められているが、音片振動子をメカニカルフィルタの共振子として利用する場合、高次の共振回路まで考慮した等価集中回路を利用することは少なく、むしろ単一の直列共振回路を利用することが多い。しかるに、音片の駆動点インピーダンスの測定値と単一の直列共振回路のインピーダンス特性を比較した場合、両者のインピーダンス特性が一致する周波数範囲は共振点近傍のみに限られると考えてもよく、それ以外の周波数においては偏差が大きくなることが八鍬ら<sup>(1)</sup>によって発表されており、この偏差は広帯域メカニカルフィルタの設計に際して問題となる。

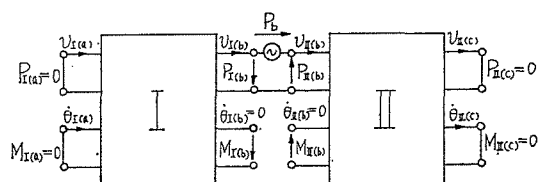
本文は音片振動子の駆動点インピーダンスの測定値と広帯域にわたって近似できる等価回路を求めようとするもので、駆動点インピーダンスと等価回路のインピーダンスの比較を行ない、等価回路で近似表示できる周波数範囲ならびにフィルタ特性に対する偏差の影響などを計算し、メカニカルフィルタ設計への一つの基準を与えようとするものである。

### 2. 音片振動子の駆動点インピーダンス

第1図は音片振動子を両端自由棒とみなした場合の構造と模形で、力を  $P$ , 曲げモーメントを  $M$ , 変位速度を  $v$ , 角変位速度を  $\theta$  と表わし、中央点  $b$  を力  $P_b$  で駆動すると  $b$  点は滑動端とみなされその等価回路網は第2図のように表わされる。ここで棒I部では



第1図 横振動音片振動子の構造とその模形



第2図 音片振動子の中央を駆動した場合の等価回路網

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} P_{I(b)} \\ M_{I(b)} \end{bmatrix} &= \frac{K_I}{j\omega H_{4I}} \begin{bmatrix} -H_{6I} \frac{\alpha_I^3}{l_I^3} & H_{1I} \frac{\alpha_I^2}{l_I^2} \\ H_{1I} \frac{\alpha_I^2}{l_I^2} & H_{5I} \frac{\alpha_I}{l_I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{I(b)} \\ \theta_{I(b)}=0 \end{bmatrix} \\
 &\equiv \begin{bmatrix} z_{22}' & \mathbf{Z}_{22}' \\ \bar{\mathbf{Z}}_{22}' & Z_{22}' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{I(b)} \\ \theta_{I(b)}=0 \end{bmatrix} \quad (1)
 \end{aligned}$$

棒Ⅱ部では

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} P_{II(b)} \\ M_{II(b)} \end{bmatrix} &= \frac{K_{II}}{j\omega H_{4II}} \begin{bmatrix} -H_{6II} \frac{\alpha_{II}^3}{l_{II}^3} & -H_{1II} \frac{\alpha_{II}^2}{l_{II}^2} \\ -H_{1II} \frac{\alpha_{II}^2}{l_{II}^2} & H_{5II} \frac{\alpha_{II}}{l_{II}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{II(b)} \\ \theta_{II(b)}=0 \end{bmatrix} \\
 &\equiv \begin{bmatrix} z_{11}' & \mathbf{Z}_{11}' \\ \bar{\mathbf{Z}}_{11}' & Z_{11}' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{II(b)} \\ \theta_{II(b)}=0 \end{bmatrix} \quad (2)
 \end{aligned}$$

の関係がある<sup>(2)</sup>。

ただし

$$\left. \begin{aligned} H_1 &= \sinh \alpha \cdot \sin \alpha, \quad H_4 = 1 + \cosh \alpha \cdot \cos \alpha, \\ H_5 &= \sinh \alpha \cdot \cos \alpha - \cosh \alpha \cdot \sin \alpha, \quad H_6 = \sinh \alpha \cdot \cos \alpha \\ &+ \cosh \alpha \cdot \sin \alpha, \quad \alpha^4 = \frac{\rho S \omega^2 l^4}{K}, \quad K: \text{曲げの剛さ}, \\ S: \text{断面積}, \quad \rho: \text{密度}. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

で添字のⅠ，Ⅱはそれぞれ棒のⅠ部およびⅡ部を表わす。

第2図にて  $P_b = P_{I(b)} + P_{II(b)}$ ,  $v_{I(b)} = v_{II(b)} = v_b$  の関係があるから，駆動点インピーダンスを  $Z_i$  と表わすと式(1)，(2)より

$$Z_i = \frac{P_b}{v_b} = z_{11}' + z_{22}' \quad (4)$$

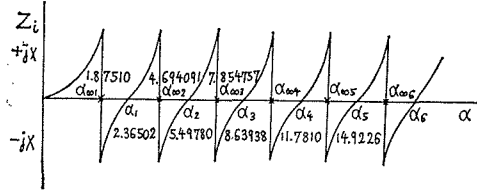
また，駆動点が棒の中央であるから  $K_I = K_{II} = K$ ,  $l_I = l_{II} = l$ ,  $\alpha_I/l_I = \alpha_{II}/l_{II} = \alpha/l$  とおくと

$$Z_i = \frac{-2K\alpha^3(\sinh \alpha \cdot \cos \alpha + \cosh \alpha \cdot \sin \alpha)}{j\omega l^3(1 + \cosh \alpha \cdot \cos \alpha)} \quad (5)$$

となりそのリアクタンス特性は第3図のように与えられる。なお，第1次の共振角周波数を  $\omega_1$ ，固有値を  $\alpha_1$  と表わすと  $\alpha_1^4 = \rho S \omega_1^2 l^4 / K$  となるから

$$\frac{\omega^2}{\omega_1^2} = -\frac{\alpha^4}{\alpha_1^4} \quad (6)$$

ここで  $\eta = \omega/\omega_1 (= \alpha^2/\alpha_1^2)$  とおくと式(5)は



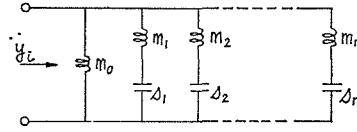
第3図 駆動点インピーダンスのリアクタンス特性

$$Z_i = \frac{-2K(\alpha_1\sqrt{\eta})^3(\sinh\alpha_1\sqrt{\eta} \cdot \cos\alpha_1\sqrt{\eta} + \cosh\alpha_1\sqrt{\eta} \cdot \sin\alpha_1\sqrt{\eta})}{j\omega l^3(1 + \cosh\alpha_1\sqrt{\eta} \cdot \cos\alpha_1\sqrt{\eta})} \quad (7)$$

と表わされる。

### 3. 近似等価回路

本章では駆動点インピーダンス  $Z_i$  のリアクタンス特性と近似した特性をもつ等価回路を求めるため考察の基礎として第4図の等価回路を考え、これから2, 3の近似等価回路を誘導する。第4図は音片の中央を駆動した場合の共振点展開による等価集中回路で、そ



第4図 音片振動子の中央を駆動した場合の共振点展開による等価集中回路

の入力アドミタンス  $y_i$  は周知のように式(8)で与えられる<sup>(3)</sup>。すなわち

$$\left. \begin{aligned} y_i &= \frac{1}{j\omega m_0} + \sum_{n=1}^n \frac{j\omega}{m_n(\omega_n^2 - \omega^2)}, \\ m_0 &= 2\rho S l_I = 2\rho S l \equiv 2M_0, \\ m_n &= \frac{M_0}{A_n}, \quad s_n = \frac{\alpha_n^4 K}{l^3 A_n}, \\ A_n &= \frac{1 + \cosh\alpha_n \cdot \cos\alpha_n}{\cosh\alpha_n \cdot \cos\alpha_n}, \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

ただし、 $m$  は等価質量、 $s$  は等価スチフネスで添字の  $n$  ( $= 1, 2, 3 \dots$ ) は振動次数を表わす。

つぎに、いくつかの近似等価回路とそのインピーダンス式を示し、これらの特性の計算結果については第4章で述べる。

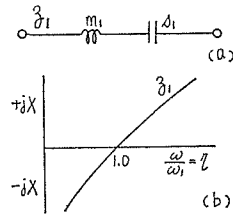
#### 3.1 $m_1, s_1$ 形

等価質量  $m_1$  と等価スチフネス  $s_1$  とをもつ第5図の単一共振回路について考える。近

似度を高めるため共振点での勾配を音片の駆動点インピーダンスのそれと等しくする。

すなわち

$$\left. \frac{\partial Z_i}{\partial \omega} \right|_{\omega=\omega_1} = \frac{\partial Z_i}{\partial \alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial \omega} \bigg|_{\omega=\omega_1} = \frac{j 2 \rho S l}{1 + \frac{1}{\cosh \alpha_1 \cdot \cos \alpha_1}} \quad (9)$$



第5図 単一直列共振回路 (a) とそのリアクタンス特性 (b)

一方、第5図の2端子インピーダンス  $z_1$  は

$$z_1 = j \omega m_1 + \frac{s_1}{j \omega} = \frac{m_1(\omega_1^2 - \omega^2)}{j \omega}, \quad \omega_1^2 = \frac{s_1}{m_1}, \quad (10)$$

したがって

$$\left. \frac{\partial z_1}{\partial \omega} \right|_{\omega=\omega_1} = j 2 m_1, \quad (11)$$

式(9), (11)より

$$m_1 = \frac{\rho S l}{A_1} \quad (12)$$

また、 $\omega_1^2 = K \alpha_1^4 / \rho S l^4$  であるから、 $s_1 = \omega_1^2 m_1$  より

$$s_1 = \frac{\alpha_1^4 K}{l^3 A_1}, \quad A_1 = \frac{1 + \cosh \alpha_1 \cdot \cos \alpha_1}{\cosh \alpha_1 \cdot \cos \alpha_1}, \quad \alpha_1 = 2.36502 \quad (13)$$

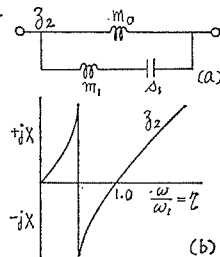
となり  $m_1$ ,  $s_1$  は式(8)のそれと一致する。

また、 $\eta = \omega / \omega_1$  とすると

$$z_1 = \frac{-K \alpha_1^4 (\eta^2 - 1)}{j \omega l^3 A_1} \quad (14)$$

### 3.2 $m_0$ , $m_1$ , $s_1$ 形

第6図の2端子インピーダンス  $z_2$  は



第6図 近似等価回路 (a) とそのリアクタンス特性 (b)

$$z_2 = \frac{j\omega m_1 m_0 (\omega_1^2 - \omega^2)}{(m_1 + m_0)(\omega_{\infty 1}^2 - \omega^2)}, \quad (15)$$

ここに,

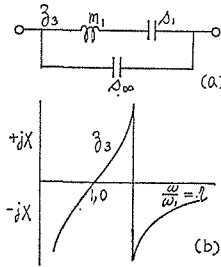
$$\omega_1^2 = \frac{s_1}{m_1}, \quad \omega_{\infty 1}^2 = \frac{s_1}{m_0 + m_1} \quad (16)$$

さらに  $\eta = \omega/\omega_1$  とおくと

$$z_2 = \frac{-2K\alpha_1^4 \eta^2 (1 - \eta^2)}{j\omega l^3 \{1 - (1 + 2A_1)\eta^2\}} \quad (17)$$

### 3.3 $s_\infty, m_1, s_1$ 形

第7図の回路の2端子インピーダンス  $z_3$  は



第7図 近似等価回路 (a) とそのリアクタンス特性 (b)

$$z_3 = \frac{s_\infty(\omega_1^2 - \omega^2)}{j\omega(\omega_{\infty 2}^2 - \omega^2)} = \frac{m_1 \omega_1^2 \left( \frac{\omega_{\infty 2}^2}{\omega_1^2} - 1 \right) \left( 1 - \frac{\omega^2}{\omega_1^2} \right)}{j\omega \left( \frac{\omega_{\infty 2}^2}{\omega_1^2} - \frac{\omega^2}{\omega_1^2} \right)}, \quad (18)$$

ここに

$$\omega_1^2 = \frac{s_1}{m_1}, \quad \omega_{\infty 2}^2 = \frac{s_1 + s_\infty}{m_1}, \quad s_\infty = m_1(\omega_{\infty 2}^2 - \omega_1^2), \quad (19)$$

ここで,  $\omega/\omega_1 = \eta$ ,  $\omega_{\infty 2}/\omega_1 = \eta_\infty = \alpha_{\infty 2}^2/\alpha_1^2$  とおいて  $\alpha_{\infty 2}$  を駆動点インピーダンスの  $\alpha_{\infty 2}$  ( $=4.694091$ ) に等しくすると

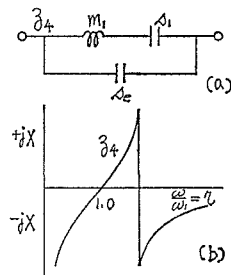
$$z_3 = \frac{-K\alpha_1^4(\eta_{\infty}^2 - 1)(\eta^2 - 1)}{j\omega l^3 A_1(\eta_{\infty}^2 - \eta^2)}, \quad \eta_{\infty}^2 = 15.51909723. \quad (20)$$

### 3.4 $s_e, m_1, s_1$ 形

第8図の回路を考え, 回路の近似度を高めるために, 第4図の回路にて  $m_0$  と  $m_1, s_1$  の直列共振回路を除いた第2次共振回路から第5次共振回路までの入力アドミタンス  $y_i'$  の第1次共振時における値を計算し, その結果得られた見かけの stiffness を第8図の  $s_e$  として採用する。

すなわち

$$\left. \begin{aligned} y_i' &= \frac{j\omega l^3}{K} \left[ \frac{A_2}{(\alpha_2^4 - \alpha_1^4)} + \frac{A_3}{(\alpha_3^4 - \alpha_1^4)} + \frac{A_4}{(\alpha_4^4 - \alpha_1^4)} + \frac{A_5}{(\alpha_5^4 - \alpha_1^4)} \right] \\ &\equiv \frac{j\omega l^3}{K} C_e, \quad C_e = 0.00139911503, \end{aligned} \right\} \quad (21)$$



第8図 近似等価回路 (a) とそのリアクタンス特性 (b)

したがって

$$s_e = \frac{K}{l^3 C_e} \quad (22)$$

ゆえに第8図の2端子インピーダンス  $z_4$  は

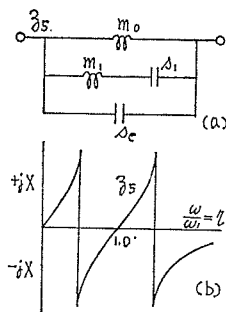
$$z_4 = \frac{s_e \left( -\frac{s_1}{m_1} - \omega^2 \right)}{j\omega \left( \frac{s_1 + s_e}{m_1} - \omega^2 \right)}, \quad (23)$$

ここで,  $s_1/m_1 = \omega_1^2$  であるから  $\omega/\omega_1 = \eta$  とおくと

$$z_4 = \frac{-K(\eta^2 - 1)}{j\omega l^3 C_e \left\{ \left( 1 + \frac{A_1}{\alpha_1^4 C_e} \right) - \eta^2 \right\}} \quad (24)$$

### 3.5 $m_0, m_1, s_1, s_e$ 形

第6図の回路に前述の見かけの stiffness  $s_e$  を付加した第9図の回路にて  $\omega/\omega_1 = \eta$  において2端子インピーダンス  $z_5$  を求めると

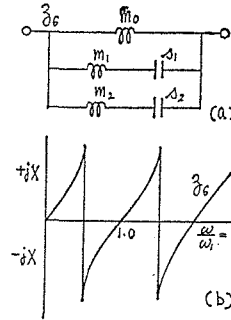


第9図 近似等価回路 (a) とそのリアクタンス特性 (b)

$$z_5 = \frac{-K}{j\omega l^3} \left[ \frac{2\alpha_1^4 \eta^2 (1 - \eta^2)}{1 - (1 + 2A_1)\eta^2 - 2C_e \alpha_1^4 \eta^2 (1 - \eta^2)} \right] \quad (25)$$

### 3.6 $m_0, m_1, s_1, m_2, s_2$ 形

第10図の回路を考える。この場合の2端子インピーダンス  $z_6$  は



第10図 近似等価回路 (a) とそのリアクタンス特性 (b)

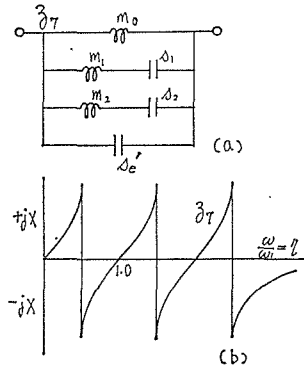
$$z_6 = \frac{-K}{j\omega l^3} \left[ \frac{2\alpha_1^4 \eta^2 (1-\eta^2)(\alpha_2^4 - \alpha_1^4 \eta^2)}{\{1 - (1+2A_1)\eta^2\}(\alpha_2^4 - \alpha_1^4 \eta^2) - 2A_2 \alpha_1^4 \eta^2 (1-\eta^2)} \right], \quad (26)$$

ここに

$$\begin{aligned} \frac{\omega}{\omega_1} = \eta, \quad \alpha_1 = 2.36502, \quad \alpha_2 = 5.49780, \\ A_1 = \frac{1 + \cosh \alpha_1 \cdot \cos \alpha_1}{\cosh \alpha_1 \cdot \cos \alpha_1}, \quad A_2 = \frac{1 + \cosh \alpha_2 \cdot \cos \alpha_2}{\cosh \alpha_2 \cdot \cos \alpha_2} \end{aligned} \quad (27)$$

### 3.7 $m_0, m_1, s_1, m_2, s_2, s_e'$ 形

前述の第10図の回路に見かけのスティフネス  $s_e'$  を付加した第11図の回路にて2端子インピーダンス  $z_7$  を求める。



第11図 近似等価回路 (a) とそのリアクタンス特性 (b)

この場合の  $s_e'$  は第4図の一般回路にて第3次から第5次までの共振回路のみを考えた場合の2端子アドミタンスの第1次共振時における値を計算して得られたもので

$$s_e' = \frac{K}{l^3 C_e'}, \quad C_e' = 0.25260235152 \times 10^{-3} \quad (28)$$

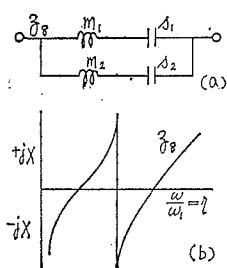
となる。すなわち  $z_7$  は

$$z_7 = \frac{-K}{j\omega l^3} \left[ \frac{2\alpha_1^4 \eta^2 (1-\eta^2)(\alpha_2^4 - \alpha_1^4 \eta^2)}{\{1 - (1+2A_1)\eta^2\}(\alpha_2^4 - \alpha_1^4 \eta^2) - 2A_2 \alpha_1^4 \eta^2 (1-\eta^2) - 2C_e' \alpha_1^4 \eta^2 (1-\eta^2)(\alpha_2^4 - \alpha_1^4 \eta^2)} \right] \quad (29)$$

となり  $\eta$ ,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $A_1$  および  $A_2$  は式(27)と同じである。

### 3.8 $m_1, s_1, m_2, s_2$ 形

第12図は第4図の回路にて第1次および第2次の共振回路のみを考えた回路で、その2端子インピーダンス  $z_s$  は



第12図 近似等価回路 (a) とそのリアクタンス特性 (b)

$$z_s = \frac{-K}{j\omega l^3} \left[ \frac{\alpha_1^4(\eta^2 - 1)(\alpha_2^4 - \alpha_1^4\eta^2)}{A_1(\alpha_2^4 - \alpha_1^4\eta^2) + A_2\alpha_1^4(1 - \eta^2)} \right], \quad (30)$$

となり各種の記号は式(27)と同じである。

## 4. 音片振動子の駆動点インピーダンスと等価回路のインピーダンスの比較

本章では音片の駆動点インピーダンス特性に対する等価回路のインピーダンス特性の近似度を比較検討するために、駆動点インピーダンス  $Z_i$  に対する各等価回路のインピーダンス  $z_1 \cdots z_8$  の偏差を周波数を変化して計算する。

すなわち、等価回路のインピーダンスを  $z_n$ ,  $n = 1 \cdots 8$  と表わすと偏差  $D_{(n)}(\%)$  は

$$D_{(n)} = \frac{(Z_i - z_n)}{Z_i} \times 100(\%) \quad (31)$$

となる。計算は第1次共振点近傍に限定し、 $\alpha_{\infty 1} < \alpha < \alpha_{\infty 2}$  ( $0.64 \leq \eta \leq 3.94$ ) の範囲について行なった。

第13図および第14図は計算結果で、図より第1次共振点 ( $\eta = 1$ ) を除いた共振点近傍に關しては、 $z_5$ ,  $z_6$ ,  $z_7$  以外の回路の偏差が大きく等価表示は十分でないことがわかる。

ただし、 $z_1$  が  $\eta \doteq 2.92 \sim 2.93$  の近傍で偏差が1%以下となるが、これは  $Z_i$  のリアクタンス曲線と  $z_1$  のリアクタンス曲線が交叉するところである。

また、 $z_5$ ,  $z_6$  および  $z_7$  の回路において偏差が1%以下となる周波数帯域は

$z_5$  の場合、 $\eta \doteq 0.64 \sim 1.84$

$z_6$  の場合、 $\eta \doteq 0.76 \sim 1.45$ ,

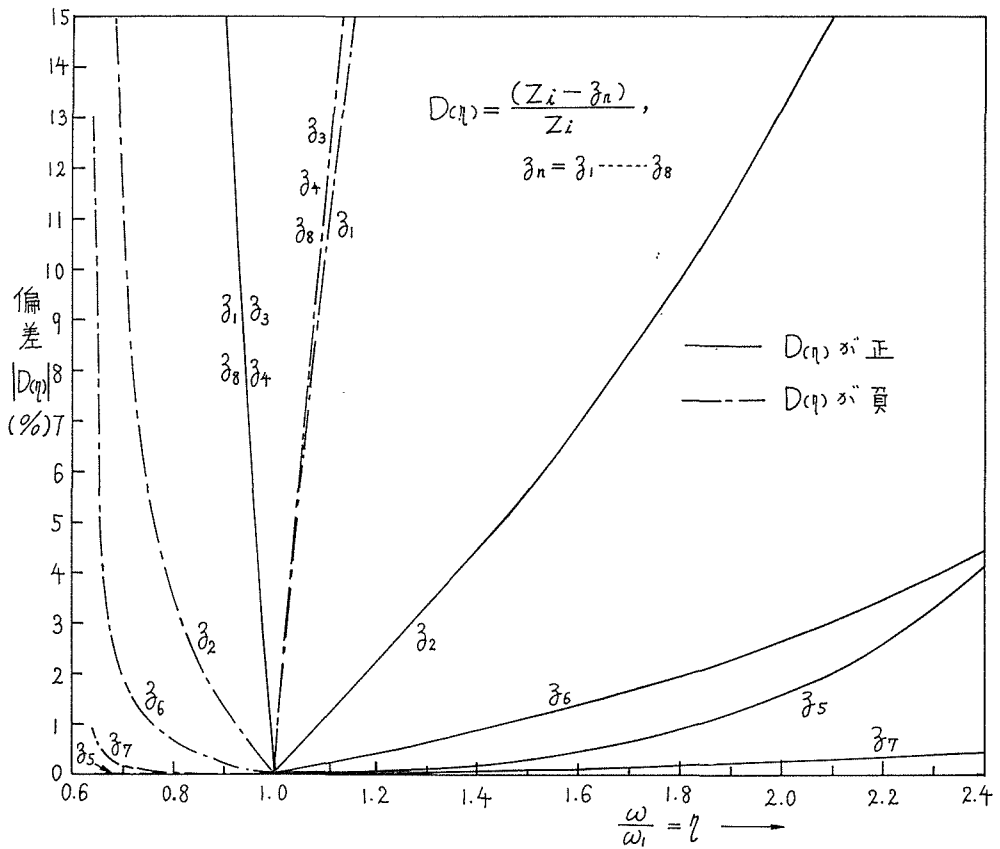
$z_7$  の場合、 $\eta \doteq 0.64 \sim 2.91$

となり比較的広帯域にわたって近似表示できることがわかる。

以上の結果は使用周波数帯域を上記の範囲に限定した場合に、近似度の高い等価回路として  $z_5$ ,  $z_6$  あるいは  $z_7$  の回路を使用すればよいことを示している。

ただし、 $z_5$ ,  $z_6$  および  $z_7$  の3者については回路素子が少ない点から  $z_5$  の等価回路を使





第13図 角周波数比  $\omega/\omega_1$  とインピーダンス偏差  $|D(\eta)|$  の関係 (計算値)

用するのが得策である。

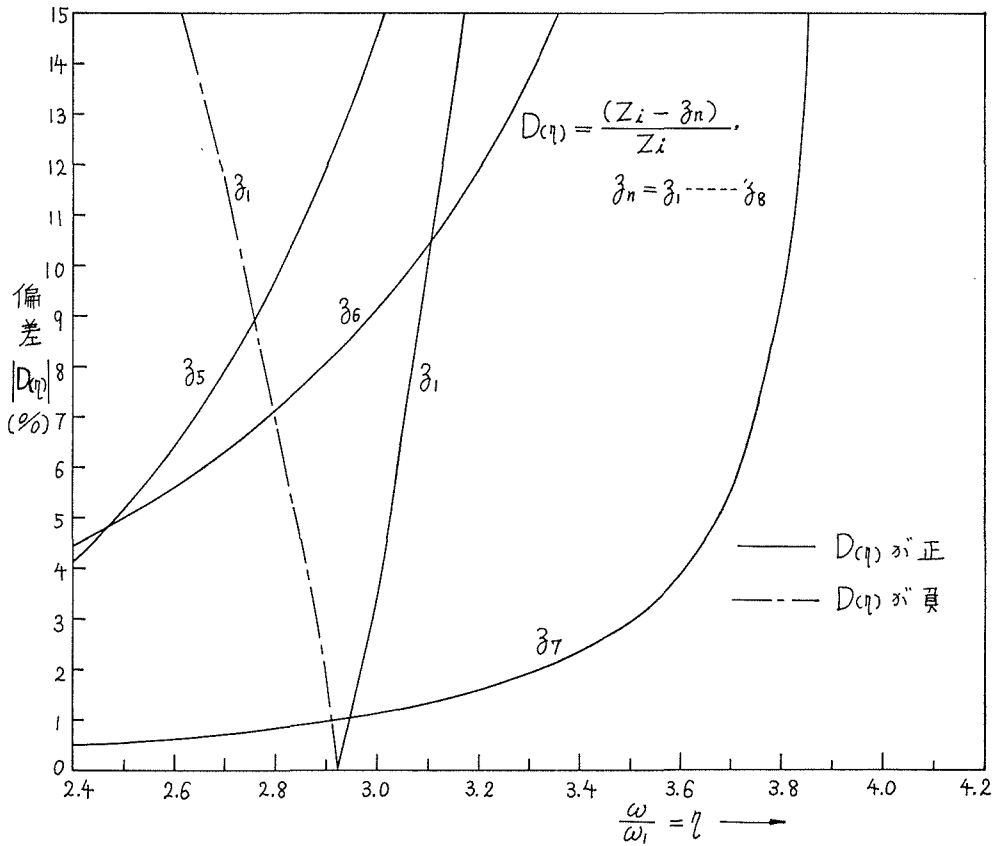
なお,  $z_5$  の  $\eta$  の下限 ( $\eta=0.64$ ) は  $\eta$  の計算範囲を広くとればさらに小さくなることも予想される。

また,  $z_5$  の回路の見かけのステフネス  $s_e$  の値をさらに高次の共振回路まで考慮して算出すれば, より近似度が高くなることも予想されるが, 高次の回路の影響は順次小さくなるので実用に際しては5次程度までで十分と考えられる。

## 5. 近似等価回路の偏差がフィルタ特性におよぼす影響

従来, メカニカルフィルタ共振子の等価インピーダンスとして単一直列共振回路インピーダンス  $z_1$  が使用されてきたが, 前章までの解析結果から  $z_1$  が駆動点インピーダンス  $Z_i$  と近似できるのは共振点近傍のみに限られ, 共振点から離れるにつれて偏差が大きくなることが明らかとなった。

本章ではこの偏差がフィルタ特性におよぼす影響を考察するため 第15図 の  $H$  形メカニカルフィルタ (横振動共振子・横振動結合子形で  $b$  点を駆動点,  $b'$  点を抽出点とし, た


 第14図 角周波数比  $\omega/\omega_1$  とインピーダンス偏差  $|D(\eta)|$  の関係（計算値）

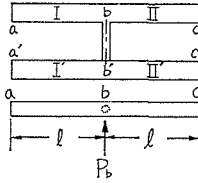
たとえば電磁駆動）を例にとり、共振子インピーダンスとして  $z_1, z_5$  および  $Z_i$  を使用した場合のフィルタ特性を比較する。すなわち、 $z_1$  を使用した場合の等価回路は 第16図、 $z_5$  の場合は第17図、 $Z_i$  の場合は第18図のように表わされるから、それぞれの半区間回路の短絡インピーダンス  $Z_s$ 、開放インピーダンス  $Z_f$  を求めればフィルタ特性が計算される。なお、第18図の回路は  $H$  形メカニカルフィルタの共振子の中央点  $b$  を力  $P_b$  で駆動した場合にあたり一見複雑であるが、第16図あるいは第17図の回路の  $z_1, z_5$  のかわりに  $Z_i$  を考慮した場合と等価である。

いま、簡単のために第16図の3素子フィルタを基準とし、比帯域幅  $B$  をパラメータとして結合子の等価スチフネス  $s_c$  を計算し、この  $s_c$  を第17図および第18図の  $s_c$  とする。

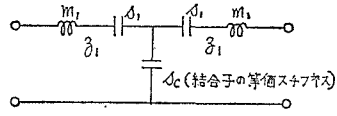
いま、上下の遮断角周波数を  $\omega_{c2}, \omega_{c1}$ 、中心角周波数を  $\omega_0$ 、比帯域幅を  $B$  とすると

$$B = \frac{\Delta}{\omega_0} = \frac{\omega_{c2} - \omega_{c1}}{\omega_0} = \frac{2(\omega_{c2} - \omega_{c1})}{(\omega_{c2} + \omega_{c1})}, \quad \omega_{c1} = \omega_1 = \sqrt{\frac{s_1}{m_1}}, \quad \omega_{c2} = \sqrt{\frac{s_1 + 2s_c}{m_1}}$$

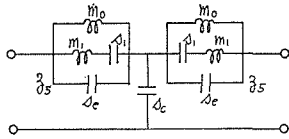
$$m_1 = \frac{M_0}{A_1}, \quad s_1 = \frac{\alpha_1^4 K}{l^3 A_1}, \quad A_1 = \frac{1 + \cosh \alpha_1 \cdot \cos \alpha_1}{\cosh \alpha_1 \cdot \cos \alpha_1} \quad (32)$$



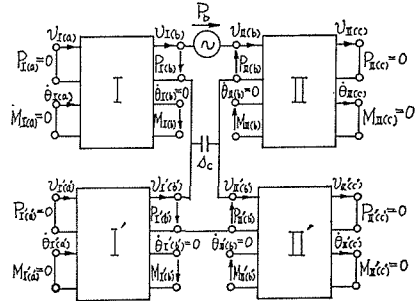
第15図 H形メカニカルフィルタの構造



第16図 H形メカニカルフィルタの近似等価回路



第17図 H形メカニカルフィルタの近似等価回路



第18図 共振子の中央点bを駆動した場合のH形メカニカルフィルタの等価回路網

ここで、 $1 \gg 2s_c/s_1$  とすると

$$B \doteq \frac{\frac{s_c}{s_1}}{\left(1 + \frac{s_c}{2s_1}\right)} \quad (33)$$

したがって

$$s_c = \frac{s_1 B}{\left(1 - \frac{B}{2}\right)} = \frac{2\alpha_1^4 KB}{l^3 A_1 (2-B)} \quad (34)$$

となる。ゆえに第16図より

$$\left. \begin{aligned} Z_s &= j\omega m_1 + \frac{s_1}{j\omega} = \frac{K\alpha_1^4 (1-\eta^2)}{j\omega l^3 A_1} = z_1, \\ Z_f &= j\omega m_1 + \frac{s_1}{j\omega} + \frac{2s_c}{j\omega} = \frac{K\alpha_1^4}{j\omega l^3 A_1} \left\{ 1 + \frac{4B}{(2-B)} - \eta^2 \right\}, \\ \eta &= \frac{\omega}{\omega_1} \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

第17図より

$$\left. \begin{aligned} Z_s &= \frac{-2K}{j\omega l^3} \left\{ \frac{\alpha_1^4 \eta^2 (1-\eta^2)}{1 - (1+2A_1)\eta^2 - 2C_e \alpha_1^4 \eta^2 (1-\eta^2)} \right\} = z_5, \\ Z_f &= \frac{-2K}{j\omega l^3} \left\{ \frac{\alpha_1^4 \eta^2 (1-\eta^2)}{1 - (1+2A_1)\eta^2 - 2C_e \alpha_1^4 \eta^2 (1-\eta^2)} - \frac{2\alpha_1^4 B}{A_1 (2-B)} \right\}, \\ C_e &= 0.00139911503. \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

第18図では  $v_{1(b)} = v_{II(b)}$  の関係があるから

$$\left. \begin{aligned} Z_s &= \frac{-2K(\alpha_1\sqrt{\eta})^3(\sinh\alpha_1\sqrt{\eta}\cdot\cos\alpha_1\sqrt{\eta} + \cosh\alpha_1\sqrt{\eta}\cdot\sin\alpha_1\sqrt{\eta})}{j\omega l^3(1 + \cosh\alpha_1\sqrt{\eta}\cdot\cos\alpha_1\sqrt{\eta})} \\ &= Z_i, \quad Z_f = \frac{P_b}{v_b} = Z_i + \frac{2s_c}{j\omega} \\ &= \frac{-2K}{j\omega l^3} \left\{ \frac{(\alpha_1\sqrt{\eta})^3(\sinh\alpha_1\sqrt{\eta}\cdot\cos\alpha_1\sqrt{\eta} + \cosh\alpha_1\sqrt{\eta}\cdot\sin\alpha_1\sqrt{\eta})}{(1 + \cosh\alpha_1\sqrt{\eta}\cdot\cos\alpha_1\sqrt{\eta})} \right. \\ &\quad \left. - \frac{2\alpha_1^4 B}{A_1(2-B)} \right\}, \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

となる。これよりフィルタの下側遮断角周波数は  $Z_s = 0$ ，上側遮断角周波数は  $Z_f = 0$  から求められ， $\omega_{c1}/\omega_1 = \eta_{c1}$ ， $\omega_{c2}/\omega_1 = \eta_{c2}$ ， $\omega_0/\omega_1 = \eta_0$  と表わすと

第16図の回路では

$$\left. \begin{aligned} B=0.01 \text{ の場合} ; \quad \eta_{c1}=1.0, \quad \eta_0=1.00500, \quad \eta_{c2}=1.01000, \\ B=0.05 \text{ の場合} ; \quad \eta_{c1}=1.0, \quad \eta_0=1.02502, \quad \eta_{c2}=1.05003, \\ B=0.2 \text{ の場合} ; \quad \eta_{c1}=1.0, \quad \eta_0=1.10093, \quad \eta_{c2}=1.20185, \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

第17図の回路では

$$\left. \begin{aligned} B=0.01 \text{ の場合} ; \quad \eta_{c1}=1.0, \quad \eta_0=1.00505, \quad \eta_{c2}=1.01010, \\ B=0.05 \text{ の場合} ; \quad \eta_{c1}=1.0, \quad \eta_0=1.02645, \quad \eta_{c2}=1.05290, \\ B=0.2 \text{ の場合} ; \quad \eta_{c1}=1.0, \quad \eta_0=1.11955, \quad \eta_{c2}=1.23910, \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

第18図の回路では

$$\left. \begin{aligned} B=0.01 \text{ の場合} ; \quad \eta_{c1}=1.0, \quad \eta_0=1.00505, \quad \eta_{c2}=1.01010, \\ B=0.05 \text{ の場合} ; \quad \eta_{c1}=1.0, \quad \eta_0=1.02645, \quad \eta_{c2}=1.05290, \\ B=0.2 \text{ の場合} ; \quad \eta_{c1}=1.0, \quad \eta_0=1.11945, \quad \eta_{c2}=1.23890, \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

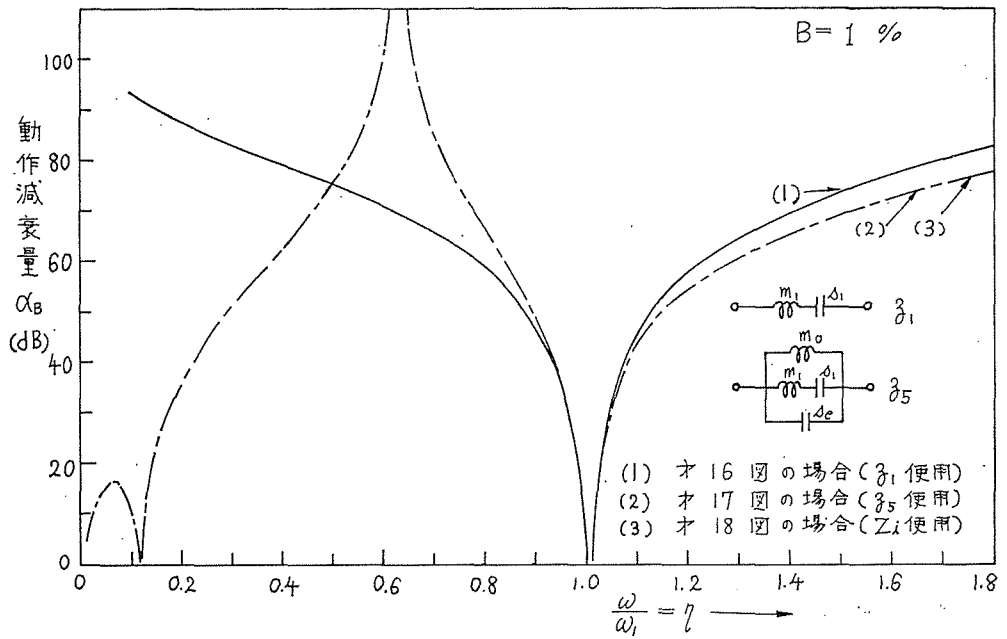
となるから第1次共振点近傍の動作減衰量  $\alpha_B$  を次式により計算する<sup>(4)</sup>。

$$\begin{aligned} \alpha_B &= 4.343 \log_e \left\{ 1 + \frac{1}{4} \left( |Z_0| - \frac{1}{|Z_0|} \right)^2 \sin^2 \beta \right\} [dB], \quad (\text{通過域}) \\ \alpha_B &= 4.343 \log_e \left\{ \cosh^2 \alpha + \frac{1}{4} \left( |Z_0| - \frac{1}{|Z_0|} \right)^2 \sinh^2 \alpha \right\} [dB], \quad (\text{減衰域}) \\ j \tan \frac{\beta}{2} &= \sqrt{\frac{Z_s}{Z_f}}, \quad \alpha = \log_e \left| \left( 1 + \sqrt{\frac{Z_s}{Z_f}} \right) / \left( 1 - \sqrt{\frac{Z_s}{Z_f}} \right) \right| \\ Z_0 &= \sqrt{Z_s Z_f} : \text{映像インピーダンス} \end{aligned} \quad (41)$$

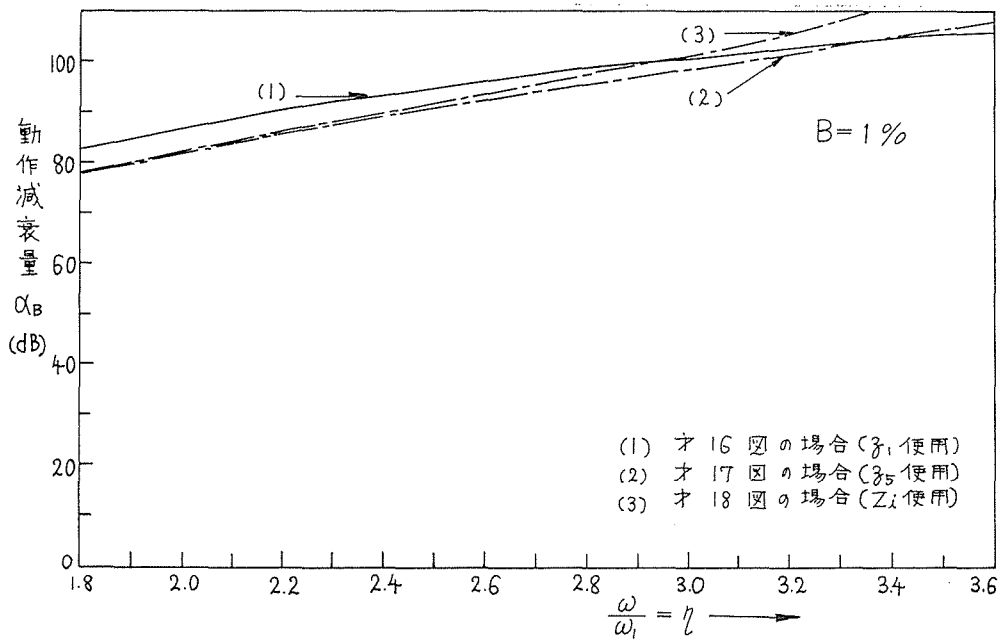
第19図～第24図は比帯域幅  $B$  をパラメータとした場合の動作減衰量特性の計算値で，第25図は通過域近傍の動作減衰量特性の拡大図である。

これより，第16図に示したフィルタ（インピーダンス  $z_1$  使用）の減衰量特性と第18図のフィルタ回路の減衰量特性を比較すると，狭帯域の場合には通過域近傍での差異はあまり認められないが，広帯域の場合（ $B=20\%$ ）には減衰特性ならびに通過帯域幅にもいちぢるしい差異が生じることがわかる。一方，第17図の回路表示（インピーダンス  $z_5$  使用）の場合にはかなり広い範囲にわたり第18図に示す回路の減衰特性とほとんど近似した特性が得られている。

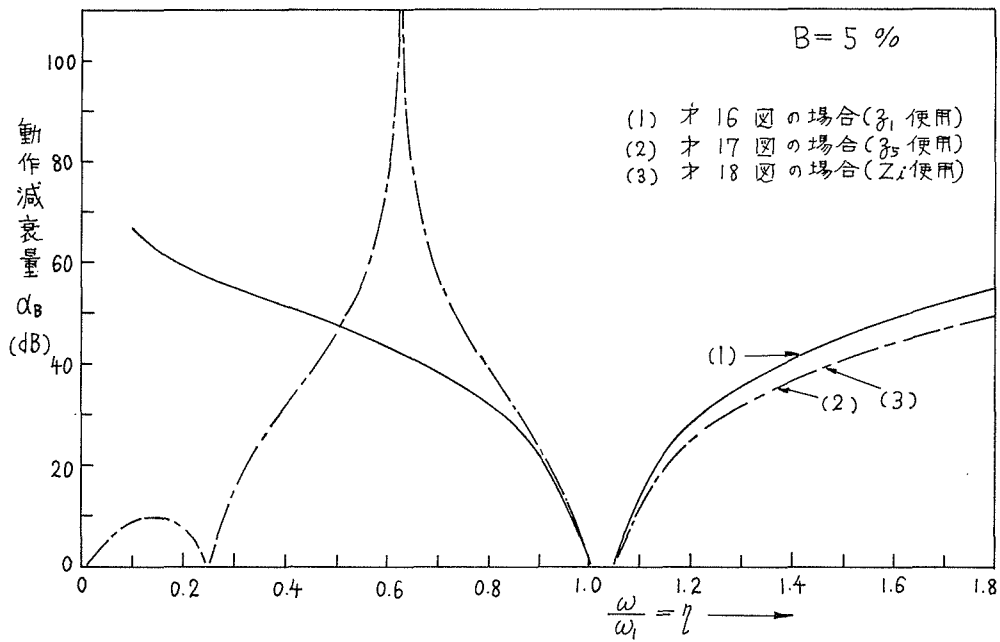
すなわち，広帯域フィルタの設計に際しては従来使用されてきた単一直列共振回路使用



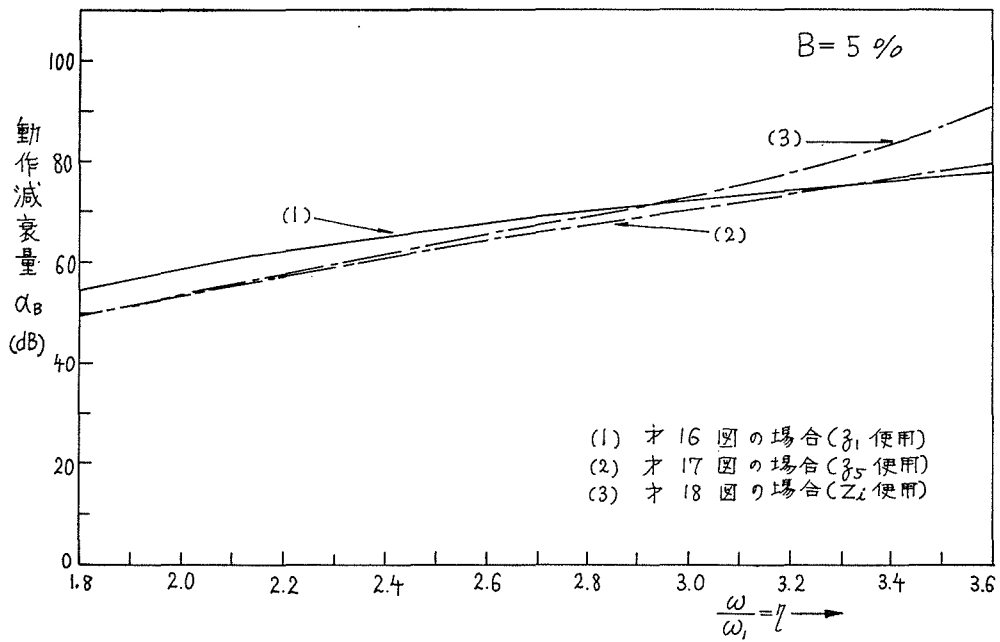
第19図 各等価回路の動作減衰量特性の比較



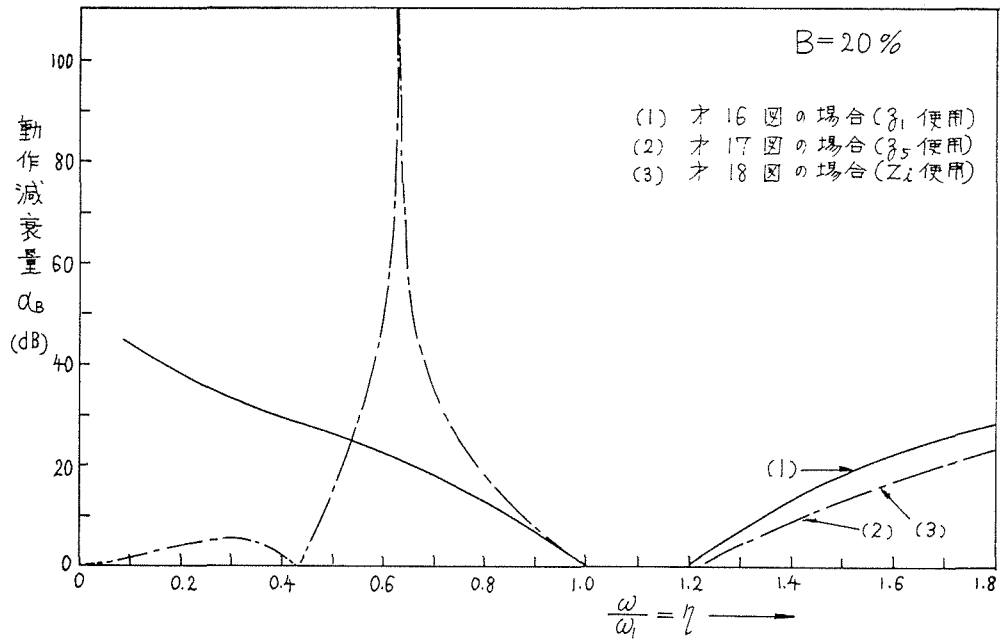
第20図 各等価回路の動作減衰量特性の比較



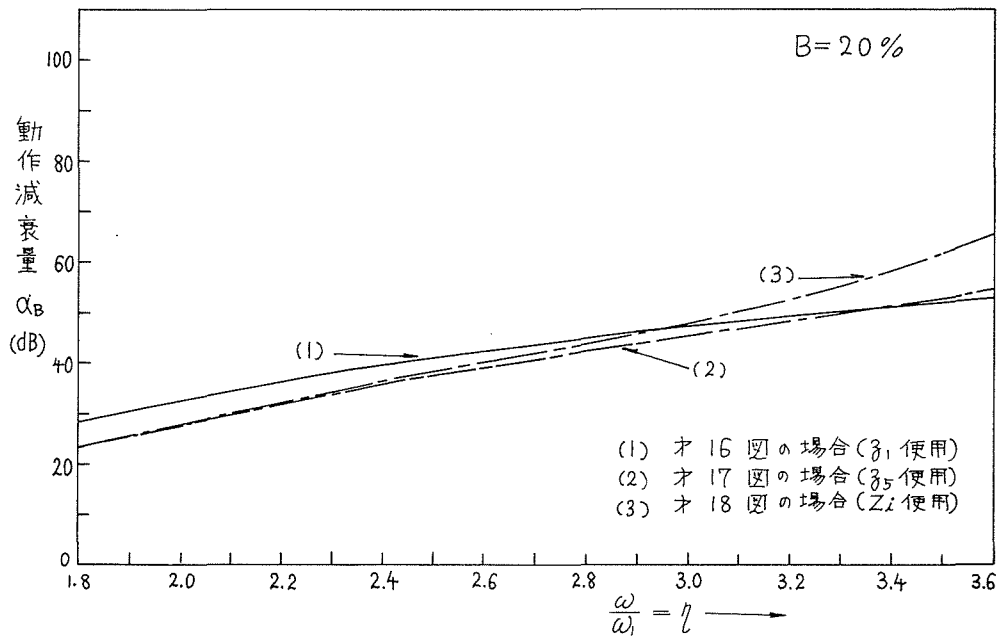
第21図 各等価回路の動作減衰量特性の比較



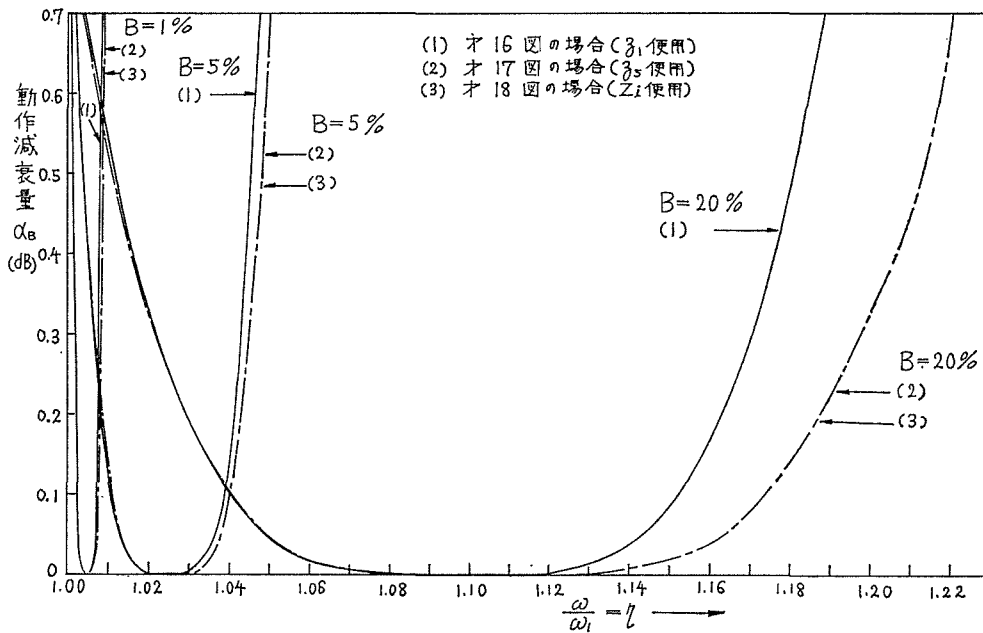
第22図 各等価回路の動作減衰量特性の比較



第23図 各等価回路の動作減衰量特性の比較



第24図 各等価回路の動作減衰量特性の比較



第25図 通過域近傍での動作減衰量特性

の等価回路表示では不十分で、さらに近似度の高い等価回路表示が必要であり、たとえば周波数帯域をある程度限定した場合には、 $z_s$ の回路を使用した等価回路表示を用いればよい。

## 6. むすび

横振動音片振動子の駆動点インピーダンスと広い周波数帯域にわたって近似表示できる等価回路を求め、従来使用されてきた単一の直列共振回路は共振点以外の周波数帯域では近似が十分でないことを明らかにした。

また、比較的広帯域にわたって近似できる  $z_s$  の回路をフィルタ回路に使用した場合の減衰量特性を、単一直列共振回路を使用した場合の特性と比較し、広帯域フィルタの設計に際しては単一直列共振回路の回路表示では不十分で、 $z_s$  の回路使用が有効であることを指適した。

今後は単一直列共振回路にかわる新しい近似等価回路を用いたメカニカルフィルタの具体的な設計・試作を行なう予定である。なお、圧電駆動の場合の等価回路表示については別に解析を進めているので次の機会に報告したい。本研究は富士通の委託研究の一部で、昭和43年度電子通信学会全国大会でその一部を発表した<sup>(5)</sup>。

## 文 献

- (1) 八鍬，奥田：メカニカルフィルタにおける等価回路の検討，電気四連大，1135（昭43



— 3 )。

- (2) 日下部, 近野, 富川: 電圧変換器を貼付した音片振動子の共振周波数について, 信学誌, **48**, 11, 1938 (昭40—11)。
- (3) 近野, 中村: 均一な横振動細棒の駆動点イミタンス—(2), 音学誌, **17**, 3, 189 (昭36—9)。
- (4) 田川, 畑野: メカニカルフィルタ, クリスタルフィルタ回路の設計, オーム社, 81 (昭39—3)。
- (5) 日下部, 近野, 青木: 横振動音片振動子の近似等価回路について, 電子全国大, 170 (昭43—10)。

## Equivalent Circuit of the Transversely Vibrating Uniform Bar

Chiharu KUSAKABE\* and Masashi KONNO\*\*

\*Section of Electricity, Faculty of Education

\*\*Department of Electrical Engineering, Faculty of Engineering

The single series resonance circuit has generally been adopted for the equivalent circuit of the resonator of electromechanical filter. But this circuit is not always suitable for the design of the wide-band mechanical filter, because at this circuit, the degree of impedance deviation from the mechanical impedance of resonator increases as the difference from the resonance frequency does.

This paper deals with the approximate equivalent circuit, which is applicable as the equivalent circuit of the transversely vibrating uniform bar covering the wide band of frequency.

These results obtained here are useful for a guiding principle of the design of wide-band mechanical filter which consists of the transversely vibrating bar.

In the first place, the impedance of several equivalent circuits is compared with the driving point impedance of the transversely vibrating bar.

Secondly, the calculated attenuation curves of an H type mechanical filter which adopted the approximate equivalent circuit of the transversely vibrating bar as the circuit of the resonator are shown, and the influence of the deviation of the equivalent circuit on the filter characteristics is indicated.